یک روش جدید برای یک مسئلهٔ قدیمی!

امین کشاورز ــ شیراز

اشاره

یک مسئلهٔ معروف در هندسه آن است که در مربعی، دو زاویهٔ °۱۵ در درون مربع روی یک ضلع بنا می‌کنیم و از نقطهٔ برخورد اضلاع دوم زاویه‌ها، به دو رأس دیگر مربع وصل می‌کنیم. مسئله آن است که ثابت کنیم، مثلث حاصل متساوی‌الاضلاع است.

این مسئله سال‌ها پیش در سال‌های ابتدایی قرن گذشته، در مجلات ریاضی کشورهای اروپایی (از جمله مجارستان، رومانی و شوروی سابق) به چاپ رسید و مطرح شد. سپس در منابعی از هندسه در کشور فرانسه به چاپ رسید و از آن منابع ترجمه و برای نخستین‌بار در «مجلهٔ ریاضی یکان»، در سال‌های دههٔ ۱۳۴۰ به زبان فارسی به چاپ رسید. بعدها زنده‌یاد عبدالحسین مصحفی (سردبیر یکان) این مسئله را در ترجمهٔ خود با عنوان «بازآموزی و بازشناخت هندسه» که توسط «انتشارات مدرسه» در سال‌های دههٔ ۱۳۶۰ به چاپ رسید نیز با چند راه‌حل آورد.

یکی از همکاران و خوانندگان مجلهٔ برهان، آقای کریم نائل نیز از شهر آبادان، مقاله‌ای را با عنوان «حل یک مسئلهٔ هندسی با چند راه‌حل» برای ما ارسال و شش روش گوناگون برای حل این مسئله مطرح کرد که در شمارهٔ ۸۴ (زمستان ۱۳۸۴) به چاپ رسید. اکنون همکار دیگری از شهر شیراز یک راه‌حل دیگر برای این مسئلهٔ معروف ارسال کرده است که در پی ملاحظه می‌کنید.

مسئله: در مربع ABCD، دو زاویهٔ ۱۵ درجه روی ضلع AD به داخل مربع رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطهٔ E قطع کنند. سپس از نقطهٔ E به دو رأس دیگر مربع، یعنی B و C وصل می‌کنیم. ثابت کنید مثلث EBC متساوی‌الاضلاع است.

راه‌حل: با توجه به فرضیات مسئله به‌راحتی می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث EAB و EDC به حالت «ض‌ز‌ض» هم‌نهشت هستند. در نتیجه، مثلث EBC متساوی‌الساقین است. ارتفاع‌های دو مثلث ADE و BCE را رسم می‌کنیم. چون هر دو متساوی‌الساقین هستند و از قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$\overset{\Delta}{ADE}: EH=\frac{AD}{۲}\times \tan ۱۵^\circ=\frac{AD}{۲}(۲-\sqrt{۳})$$

$$\overset{\Delta}{BCE}: EH'=AD-\frac{AD}{۲}(۲-\sqrt{۳})$$

$$=AD\,(۱-\frac{۲-\sqrt{۳}}{۲})=\frac{\sqrt{۳}}{۲}AD$$

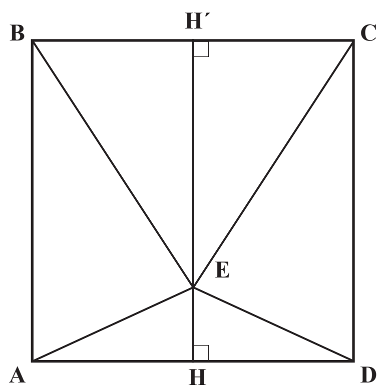
و

$$EC=\sqrt{EH'^{۲}+(\frac{AD}{۲})^{۲}}=\sqrt{\frac{۳}{۴}AD^{۲}+\frac{۱}{۴}AD^{۲}}$$

$$=\sqrt{AD^{۲}}=AD$$

و برهان تمام شد.

جزئیات: با توجه به شکل داریم:



۱. چهارضلعی ´HDCH مستطیل است. پس:

$$HE+EH'=HH'=AD$$

۲. در مثلث‌های متساوی‌الساقین، ارتفاع، عمودمنصف نیز هست.

۳. از اینکه $\tan ۳۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ و $\tan ۳۰^\circ=\frac{۲\tan ۱۵^\circ}{۱-\tan^{۲} ۱۵^\circ}$ و از تشکیل و حل معادله‌ای درجهٔ دوم، مقدار $\tan ۱۵^\circ$ را به‌دست می‌آوریم.

۴. اگر در مثلثی دو زاویه برابر باشند، آن مثلث، متساوی‌الساقین است.